

L'ordre dans : \mathbb{R}

Exercice1: comparer $\frac{101}{102}$ et $\frac{100}{101}$

SOLUTION :

$$\frac{101}{102} - \frac{100}{101} = \frac{101 \times 101 - 100 \times 102}{101 \times 102} = \frac{10201 - 10200}{101 \times 102}$$

$$\frac{101}{102} - \frac{100}{101} = \frac{1}{101 \times 102} \in \mathbb{R}^+ \text{ donc : } \frac{101}{102} \geq \frac{100}{101}$$

Exercice2: comparer a et b

$$a = 2 + \sqrt{3} \text{ et } b = 2\sqrt{3}$$

SOLUTION : $a - b = 2 - \sqrt{3}$ nombre positif

cad : $a - b \in \mathbb{R}^{*+}$ donc : $a > b$

Exercice3: comparer $2a$ et $a^2 + 1$ avec $a \in \mathbb{R}$

SOLUTION : $(a^2 + 1) - 2a = a^2 - 2a + 1 = (a - 1)^2 \geq 0$

Donc : $a^2 + 1 \geq 2a$ si $a \in \mathbb{R}$

Exercice4 : I) comparer les réels suivants :

1) $\frac{8}{11}$ et $\frac{5}{11}$ 2) $\frac{13}{9}$ et $\frac{13}{6}$ 3) $\frac{-15}{7}$ et $\frac{-15}{4}$

4) $\frac{-12}{7}$ et $\frac{15}{4}$ 5) $2\sqrt{5}$ et $5\sqrt{2}$

II) soient a et b deux réels tel que : $a \leq b$

comparer : 1) $5a$ et $5b$ 2) $-13a$ et $-13b$

III) soient a et b deux réels strictement positifs tel que :

$a \leq b$ comparer : 1) a^2 et b^2 2) \sqrt{a} et \sqrt{b}

3) $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$

IV) soient a et b deux réels négatifs tel que : $a \leq b$

comparer : a^2 et b^2

SOLUTION : I) Comparer a et b revient à étudier le signe de : $a - b$.

1) on compare $\frac{8}{11}$ et $\frac{5}{11}$

$$\frac{8}{11} - \frac{5}{11} = \frac{8-5}{11} = \frac{3}{11} \geq 0 \text{ donc } \frac{8}{11} \geq \frac{5}{11}$$

2) on compare $\frac{13}{9}$ et $\frac{13}{6}$

$$\frac{13}{6} - \frac{13}{9} = \frac{39-26}{18} = \frac{13}{18} > 0 \text{ donc } \frac{13}{6} > \frac{13}{9} \text{ ou } \frac{13}{6} \geq \frac{13}{9}$$

3) on compare $\frac{-15}{7}$ et $\frac{-15}{4}$

$$\frac{-15}{7} - \left(-\frac{15}{4}\right) = \frac{-15}{7} + \frac{15}{4} = \frac{-60+105}{28} = \frac{45}{28} > 0$$

donc $\frac{-15}{7} > -\frac{15}{4}$ ou $\frac{-15}{7} \geq -\frac{15}{4}$

4) on compare $\frac{-12}{7}$ et $\frac{15}{4}$

$$\frac{-12}{7} - \frac{15}{4} = \frac{-48-105}{28} = \frac{-165}{28} < 0 \text{ donc } \frac{-12}{7} < \frac{15}{4}$$

ou $\frac{-12}{7} \leq \frac{15}{4}$

5) on compare $2\sqrt{5}$ et $5\sqrt{2}$

On a $(2\sqrt{5})^2 = 20$ et $(5\sqrt{2})^2 = 50$ et

$50 - 20 = 30 > 0$ et puisque $2\sqrt{5}$ et $5\sqrt{2}$ sont positifs alors $5\sqrt{2} > 2\sqrt{5}$

II) soient a et b deux réels tel que : $a \leq b$

1) on compare $5a$ et $5b$

On a : $5a - 5b = 5(a - b)$ et puisque $a \leq b$ alors $a - b \leq 0$

Et on a : $5 > 0$ donc $5a \leq 5b$

2) on compare $-13a$ et $-13b$

On a : $-13a - (-13b) = -13a + 13b = -13(a - b)$ et puisque $a \leq b$ alors $a - b \leq 0$

Et on a : $-13 < 0$ donc $-13a \geq -13b$

III) soient a et b deux réels strictement positifs tel que : $a \leq b$

1) on compare : a^2 et b^2

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

On a : a et b deux réels strictement positifs donc $a + b \geq 0$

et puisque $a \leq b$ alors $a - b \leq 0$

alors : $(a - b)(a + b) \leq 0$

D'où $a^2 \leq b^2$

2) on compare : \sqrt{a} et \sqrt{b}

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{a - b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

On a : $a \leq b$ alors $a - b \leq 0$

et puisque $\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq 0$ car c'est la somme de deux nombres positifs

donc $\frac{a - b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \leq 0$ D'où $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$

3) on compare : $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$$

On a : $a \leq b$ alors $b-a \geq 0$

et puisque a et b deux réels strictement positifs alors $ab > 0$ car c'est la produit de deux nombres positifs

donc $\frac{b-a}{ab} \geq 0$ D'où $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

IV) soient a et b deux réels strictement négatifs tel que : $a \leq b$

on compare : a^2 et b^2

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

On a : a et b deux réels négatifs donc $a+b \leq 0$

et puisque $a \leq b$ alors $a-b \leq 0$ alors : $(a-b)(a+b) \geq 0$

D'où $a^2 \geq b^2$

Exercice5: Soit a est un réel strictement positif.

1. montrer que : Si $a > 1$, alors $a^3 > a^2 > a$

2. montrer que : si $a < 1$, alors $a^3 < a^2 < a$.

Réponse : De l'hypothèse $a > 1$, on déduit d'une part que $a^2 > a$ (on multiplie les deux membres par $a > 0$) et d'autre part que $a^3 > a^2$ (on multiplie par $a^2 > 0$).
Donc $a^3 > a^2 > a$.

De la même façon, lorsque $0 < a < 1$, on démontre que : $a^3 < a^2 < a$.

Exercice6: comparer a et b :

$$a = \sqrt{6} \text{ et } b = \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$$

Réponse :

$$a-b = \sqrt{3} \times \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{2} + 1 = \sqrt{3} \times (\sqrt{2} - 1) - (\sqrt{2} - 1)$$

$$a-b = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} - 1)$$

on compare : $\sqrt{2}$ et 1

$$\text{On a } (\sqrt{2})^2 = 2 \text{ et } (1)^2 = 1 \text{ donc } \sqrt{2} > 1$$

par suite $(\sqrt{2} - 1) \in \mathbb{R}^{**}$

$$\text{On a } (\sqrt{3})^2 = 3 \text{ et } (1)^2 = 1 \text{ donc } \sqrt{3} > 1$$

par suite $(\sqrt{3} - 1) \in \mathbb{R}^{**}$ Donc

$$a-b = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} - 1) \in \mathbb{R}^{**}$$

D'où $a > b$

Exercice7: soit $x \in \mathbb{R}^{**}$

1) Comparer : $\sqrt{x+1} + \sqrt{x}$ et $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}$

2) En déduire une comparaison de : $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ et

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$$

Réponse : 1) On a $x+2 \geq x$ car $(x+2) - x \geq 0$

$$\text{Donc } \sqrt{x+2} \geq \sqrt{x}$$

On ajoutant $\sqrt{x+1}$ au deux membres on trouve :

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1} \geq \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$$

$$2) \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1} = \frac{(\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1})(\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1})}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} \text{ (le conjugué)}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1} = \frac{(\sqrt{x+2})^2 - (\sqrt{x+1})^2}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} = \frac{x+2-x-1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}}$$

$$\text{Donc : } \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1} = \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}}$$

$$\text{Et on aussi : } \sqrt{x+1} - \sqrt{x} = \frac{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = \frac{(\sqrt{x+1})^2 - (\sqrt{x})^2}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{x+1-x}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$$

$$\text{Et puisque : } \sqrt{x+2} + \sqrt{x+1} \geq \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$$

$$\text{On a donc : } \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} \leq \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$$

$$\text{D'où } \sqrt{x+1} + \sqrt{x} \leq \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}$$

Exercice8: soit $a \in \mathbb{R}^{**}$ et $b \in \mathbb{R}^{**}$

$$\text{Comparer : } x = \frac{7a+2b}{7a} \text{ et } y = \frac{8b}{7a+2b}$$

Réponse : On a $x+2 \geq x$ car $(x+2) - x \geq 0$

$$x - y = \frac{7a+2b}{7a} - \frac{8b}{7a+2b}$$

$$x - y = \frac{(7a+2b)^2 - 7a \times 8b}{7a(7a+2b)} = \frac{49a^2 + 14ab + 14ab + 4b^2 - 56a \times b}{7a(7a+2b)}$$

$$x - y = \frac{49a^2 - 28a \times b + 4b^2}{7a(7a+2b)} = \frac{(7a)^2 - 2 \times 7a \times 2b + (2b)^2}{7a(7a+2b)}$$

$$x - y = \frac{(7a - 2b)^2}{7a(7a+2b)} \in \mathbb{R}^+$$

car $7a(7a+2b) \in \mathbb{R}^+$ et $(7a-2b)^2 \in \mathbb{R}^+$ D'où $x \geq y$

Exercice9: calculer les expressions suivantes (éliminer le signe de valeur absolue)

$$1) |-3| \quad 2) |3| \quad 3) \left| -\frac{3}{5} \right| \quad 4) |\sqrt{5} - 2| \quad 5) |1 - \sqrt{3}|$$

$$6) |\pi - 4| \quad 7) |\sqrt{2} - \sqrt{7}| \quad 8) |3 - 2\sqrt{3}|$$

$$9) A = |4 - 2\sqrt{3}| - |5 - 3\sqrt{3}| + |9 - 5\sqrt{3}|$$

$$\text{Solution :1) } |-3| = -(-3) = 3 \quad 2) |3| = 3 \quad 3) \left| -\frac{3}{5} \right| = \frac{3}{5}$$

$$4) |\sqrt{5} - 2| \quad \text{on compare : } \sqrt{5} \text{ et } 2$$

On a $(\sqrt{5})^2 = 5$ et $(2)^2 = 4$ donc $\sqrt{5} > 2$ par suite

$$(\sqrt{5} - 2) \in \mathbb{R}^{**} \text{ Donc } |\sqrt{5} - 2| = \sqrt{5} - 2$$

5) $|1 - \sqrt{3}|$ on compare : $\sqrt{3}$ et 1

On a $(\sqrt{3})^2 = 3$ et $(1)^2 = 1$ donc $\sqrt{3} > 1$ par suite

$$(1 - \sqrt{3}) \in \mathbb{R}^{-*} \text{ donc } |1 - \sqrt{3}| = -(1 - \sqrt{3}) = -1 + \sqrt{3}$$

$$6) |\pi - 4| = -(\pi - 4) = -\pi + 4 \text{ car } 4 > \pi$$

7) $|\sqrt{2} - \sqrt{7}|$ on compare : $\sqrt{7}$ et $\sqrt{2}$

On a $(\sqrt{7})^2 = 7$ et $(\sqrt{2})^2 = 2$ donc $\sqrt{7} > \sqrt{2}$

par suite $\sqrt{2} - \sqrt{7} < 0$

$$\text{Donc } |\sqrt{2} - \sqrt{7}| = -(\sqrt{2} - \sqrt{7}) = -\sqrt{2} + \sqrt{7}$$

8) on a $3 < 2\sqrt{3}$ car $3^2 < (2\sqrt{3})^2$

Donc : $3 - 2\sqrt{3} \in \mathbb{R}^{-}$

$$\text{Donc } |3 - 2\sqrt{3}| = -(3 - 2\sqrt{3}) = -3 + 2\sqrt{3}$$

9) on a : $\sqrt{5} > \sqrt{2}$ donc : $\sqrt{5} - \sqrt{2} \in \mathbb{R}^{+}$ donc : $|\sqrt{5} - \sqrt{2}| = \sqrt{5} - \sqrt{2}$

$$A = |4 - 2\sqrt{3}| - |5 - 3\sqrt{3}| + |9 - 5\sqrt{3}|$$

$$A = 4 - 2\sqrt{3} - (5 - 3\sqrt{3}) + (5\sqrt{3} - 9)$$

$$A = 4 - 2\sqrt{3} + 5 - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 9 = 0$$

Exercice10: (Résolution des équations)

Résoudre les équations suivantes :

$$1) |x - 1| = 5 \quad 2) |2x + 1| = |x - 3| \quad 3) |x + 2| = -1$$

Réponse : 1) $|x - 1| = 5$

$$|x - 1| = 5 \text{ ssi } x - 1 = 5 \text{ ou } x - 1 = -5$$

$$\text{ssi } x = 6 \text{ ou } x = -4 \text{ donc : } S = \{-4; 6\}$$

$$2) |2x + 1| = |x - 3| \text{ ssi } 2x + 1 = x - 3 \text{ ou } 2x + 1 = -(x - 3)$$

$$\text{ssi } 2x + 1 = x - 3 \text{ ou } 2x + 1 = -x + 3$$

$$\text{ssi } x = -4 \text{ ou } x = \frac{2}{3} \text{ donc : } S = \left\{-4; \frac{2}{3}\right\}$$

$$3) |x + 2| = -1 \quad S = \emptyset \quad \text{car } |x + 2| \geq 0$$

Exercice11: 1) calculer $(3\sqrt{2} - 5)^2$

2) comparer : $3\sqrt{2}$ et 5

3) simplifier $\sqrt{43 - 30\sqrt{2}}$

Réponse : 1)

$$(3\sqrt{2} - 5)^2 = (3\sqrt{2})^2 - 2 \times 3\sqrt{2} \times 5 + (5)^2 = 18 - 30\sqrt{2} + 25$$

$$(3\sqrt{2} - 5)^2 = 43 - 30\sqrt{2}$$

$$2) (3\sqrt{2})^2 = 18 \text{ et } (5)^2 = 25$$

$$\text{Donc } 3\sqrt{2} > 5 \text{ donc } 3\sqrt{2} - 5 \in \mathbb{R}^{-}$$

$$3) \sqrt{43 - 30\sqrt{2}} = \sqrt{(3\sqrt{2} - 5)^2} = |3\sqrt{2} - 5| = -(3\sqrt{2} - 5)$$

$$\text{car } 3\sqrt{2} - 5 \in \mathbb{R}^{-} \text{ donc } \sqrt{43 - 30\sqrt{2}} = -3\sqrt{2} + 5$$

Exercice12: simplifier si c'est possible

$$1) [2; 5] \cap [4; 6] \quad 2) [2; 5] \cup [4; 6]$$

$$3)]-\infty; 2] \cap [-1; +\infty[\quad 4)]-\infty; 2] \cup [-1; +\infty[$$

Solution :

$$1) [2; 5] \cap [4; 6] = [4; 5] \quad 2) [2; 5] \cup [4; 6] = [2; 6].$$



$$3)]-\infty; 2] \cap [-1; +\infty[= [-1; 2]$$



$$4)]-\infty; 2] \cup [-1; +\infty[=]-\infty; +\infty[$$

Exercice13: calculer $I \cap J$ et $I \cup J$ dans les cas suivants

$$J = [-1; +\infty[\text{ et } I =]-3; 7]$$

$$J = [4; 10] \text{ et } I =]-\infty; 5]$$

$$I = [0; 10] \text{ et } J = [-5; -1]$$

$$I = \left[-\frac{2}{3}; 2\right] \text{ et } J = \left]-1; \frac{3}{2}\right]$$

Réponse. $I \cap J =]-1; 7]$ et $I \cup J =]-3; +\infty[$

$$I \cap J = [4; 5] \text{ et } I \cup J =]-\infty; 10]$$

$$I \cap J = \emptyset \text{ et } I \cup J = [-5; 10]$$

$$I \cap J = \left[-\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right] \text{ et } I \cup J =]-1; 2]$$

Exercice14: représenter chaque inégalité ou encadrement

par l'intervalle qui convient ; 1) $x \geq -3$ 2) $x < 5$

3) $1 \leq 2x \leq 4$ 4) $0 < 6x - 2 \leq 10$ 5) $-8 \leq 2 - 2x \leq 6$

Réponse : 1) $x \geq -3$ ssi $x \in [-3; +\infty[$

$$2) x < 5 \text{ ssi } x \in]-\infty; 5]$$

$$3) 1 \leq 2x \leq 4 \text{ ssi } \frac{1}{2} \times 1 \leq \frac{1}{2} \times 2x \leq 4 \times \frac{1}{2} \text{ ssi } \frac{1}{2} \leq x \leq 2$$

$$\text{ssi } x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$$

$$4) 0 < 6x - 2 \leq 10 \text{ ssi } 0 + 2 < 6x - 2 + 2 \leq 10 + 2$$

$$\text{ssi } 2 < 6x \leq 12$$

$$\text{ssi } 2 \times \frac{1}{2} < 6x \times \frac{1}{2} \leq 12 \times \frac{1}{2} \text{ ssi } 1 < 3x \leq 6 \text{ ssi } 1 < 3x \leq 6$$

$$1 \times \frac{1}{3} < 3x \times \frac{1}{3} \leq 6 \times \frac{1}{3} \text{ ssi } \frac{1}{3} < x \leq 2 \text{ ssi } x \in \left]\frac{1}{3}; 2\right]$$

$$5) -8 \leq 2 - 2x \leq 6 \text{ ssi } -8 - 2 \leq 2 - 2x - 2 \leq 6 - 2$$

$$\text{ssi } -10 \leq -2x \leq 4$$

$$\text{ssi } -10 \times \frac{1}{2} \leq -2x \times \frac{1}{2} \leq 4 \times \frac{1}{2} \quad \text{ssi } -5 \leq -x \leq 2 \quad \text{ssi } -2 \leq x \leq 5 \quad \text{ssi } x \in [-2, 5]$$

Exercice15: résoudre les systèmes suivants :

$$1) \begin{cases} x \geq -3 \\ x > 2 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x > 5 \\ x \leq 4 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x > 7 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} -3 \leq x \leq 0 \\ -7 < x < 10 \end{cases}$$

Réponse : - c'est l'intersection

$$1) \begin{cases} x \geq -3 \\ x > 2 \end{cases}$$

$$x \geq -3 \text{ ssi } x \in [-3, +\infty[\text{ et } x > 2 \text{ ssi } x \in]2, +\infty[$$

$$S =]2, +\infty[\cap [-3, +\infty[=]2, +\infty[$$

$$2) \begin{cases} x > 5 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

$$x \leq 4 \text{ ssi } x \in]-\infty, 4] \text{ et } x > 5 \text{ ssi }]5, +\infty[$$

$$S =]5, +\infty[\cap]-\infty, 4] = \emptyset$$

$$3) x > 7 \text{ ssi } x \in]7, +\infty[\text{ et } x \geq 0 \text{ ssi } x \in [0, +\infty[$$

$$S =]7, +\infty[\cap [0, +\infty[=]7, +\infty[$$

$$4) \begin{cases} -3 \leq x \leq 0 \\ -7 < x < 10 \end{cases}$$

$$x \in]-7; 10[\quad \text{ssi} \quad -7 < x < 10$$

$$-3 \leq x \leq 0 \text{ ssi } x \in [-3; 0]$$

$$S =]-7; 10[\cap [-3; 0] = [-3; 0]$$

Exercice16: on considère l'intervalle $I = [-3; 4]$

Trouver le milieu et l'amplitude et le rayon de intervalle I

Réponse :

$$\frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2} \text{ est le milieu de intervalle } I$$

$$4 - (-3) = 7 \text{ est l'amplitude de intervalle } I$$

$$\frac{4 - (-3)}{2} = \frac{7}{2} \text{ est le rayon de intervalle } I$$

Exercice17 : (Résolution des inéquations)

Résoudre les inéquations suivantes : $|2x+1| < 6$

$$1) |x-1| \leq 2 \quad 2) |x+2| \geq 3 \quad 3) |2x+1| < 6$$

Réponse : 1) $|x-1| \leq 2$ ssi $-2 \leq x-1 \leq 2$ ssi $-2+1 \leq x-1+1 \leq 2+1$ ssi $-1 \leq x \leq 3$ donc $S = [-1; 3]$

$$2) |x+2| \geq 3 \text{ ssi } x+2 \geq 3 \text{ ou } x+2 \leq -3$$

$$\text{Ssi } x \geq 1 \text{ ou } x \leq -5$$

$$\text{Ssi } x \in [1; +\infty[\text{ ou } x \in]-\infty; -5]$$

$$\text{Donc } S =]-\infty; -5] \cup [1; +\infty[$$

$$3) |2x+1| < 6 \text{ ssi } -6 < 2x+1 < 6$$

$$\text{ssi } -6-1 < 2x+1-1 < 6-1 \text{ ssi } -7 < 2x < 5$$

$$\text{ssi } -7 \times \frac{1}{2} < 2x \times \frac{1}{2} < 5 \times \frac{1}{2} \text{ ssi } \frac{-7}{2} < x < \frac{5}{2} \text{ donc : } S = \left] -\frac{7}{2}; \frac{5}{2} \right[$$

Exercice18: Soit x et y deux réels tq : $x \geq \frac{1}{2}$ et $y \leq 1$

$$\text{et } x - y = 3$$

$$1) \text{ Calculer : } E = \sqrt{(2x-1)^2} + \sqrt{(2y-2)^2}$$

$$2) \text{ Montrer que : } \frac{1}{2} \leq x \leq 4 \text{ et } -\frac{5}{2} \leq y \leq 1$$

$$3) \text{ Calculer : } F = |x+y-5| + |x+y+2|$$

Réponse : 1)

$$E = \sqrt{(2x-1)^2} + \sqrt{(2y-2)^2} = |2x-1| + |2y-2|$$

$$\text{On a } x \geq \frac{1}{2} \text{ donc } 2x \geq 1 \text{ donc } 2x-1 \geq 0$$

$$\text{Et on a } y \leq 1 \text{ donc } 2y \leq 2 \text{ donc } 2y-2 \leq 0$$

$$\text{donc } E = |2x-1| + |2y-2| = 2x-1 - (2y-2)$$

$$\text{donc } E = 2x-2y+1 = 2(x-y)+1$$

$$\text{et on a } x-y=3 \text{ donc } E = 2 \times 3 + 1 = 7$$

$$2) \text{ on montre que } -\frac{5}{2} \leq y \leq 1 \text{ ???}$$

$$\text{On a } x-y=3 \text{ donc } x=y+3$$

$$\text{Et on a } x \geq \frac{1}{2} \text{ donc } y+3 \geq \frac{1}{2} \text{ donc } y \geq \frac{1}{2} - 3 \text{ donc } y \geq -\frac{5}{2}$$

$$\text{Et on a } y \leq 1 \text{ donc } -\frac{5}{2} \leq y \leq 1$$

$$\text{on montre que } \frac{1}{2} \leq x \leq 4 \text{ ???}$$

$$\text{On a } x-y=3 \text{ donc } y=x-3$$

$$\text{Et On a } -\frac{5}{2} \leq y \leq 1 \text{ donc } -\frac{5}{2} \leq x-3 \leq 1 \text{ donc}$$

$$-\frac{5}{2} + 3 \leq x-3+3 \leq 1+3 \text{ D'où } \frac{1}{2} \leq x \leq 4$$

$$3) F = |x+y-5| + |x+y+2| \text{ ?????}$$

$$\text{On cherche le signe de : } x+y-5$$

$$\text{On a } -\frac{5}{2} \leq y \leq 1 \text{ et } \frac{1}{2} \leq x \leq 4 \text{ donc } \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \leq x+y \leq 1+4$$

$$\text{donc } -2 \leq x+y \leq 5$$

$$\text{donc } -2-5 \leq x+y-5 \leq 5-5 \text{ donc } -7 \leq x+y-5 \leq 0$$

$$\text{donc } x+y-5 \leq 0$$

$$\text{On cherche le signe de : } x+y+2$$

$$\text{On a } -2 \leq x+y \leq 5 \text{ donc } -2+2 \leq x+y+2 \leq 5+2$$

$$\text{donc } 0 \leq x+y+2 \leq 7$$

$$\text{donc } x+y+2 \geq 0$$

$$\text{donc } F = |x+y-5| + |x+y+2| = -(x+y-5) + x+y+2$$

$$F = -x-y+5+x+y+2 = -x-y+5+x+y+2 = 7$$

Exercice19: sachant que : $(\sqrt{3} \approx 1.732050808...)$

donner un encadrement du réel $\sqrt{3}$ à 10^{-2} près

Et préciser la valeur par défaut et par excès

Solution : On a : ($\sqrt{3} \approx 1.732050808\dots$)

Donc ① $1.73 \leq \sqrt{3} \leq 1.74$ et ② $1.732 \leq \sqrt{3} \leq 1.733$

① est un encadrement du réel $\sqrt{3}$ à $1.74 - 1.73$ près

c à d à $10^{-2} = 0.01$ près

② est un encadrement du réel $\sqrt{3}$ à $1.733 - 1.732$ près

c à d à $10^{-3} = 0.001$ près

Et on a 1.73 est une approximation du réel $\sqrt{3}$ par défaut à 10^{-2} près

1.74 est une approximation du réel $\sqrt{3}$ par excès à 10^{-2} près

Exercice20 : x est un réel tel que $-1 < x < 2$. On pose $B = -2x - 3$.

Trouver un encadrement de B et trouver son amplitude

Exercice21 : $x \in [1; 3]$ et $y \in [2; 4]$

1) Trouver un encadrement de : x^2 et y^2 et $2x$ et $3y$

et $-x$ et $-y$ et $\frac{1}{x}$ et $\frac{1}{y}$ et $\frac{x}{y}$

2) Trouver un encadrement de : $A = x^2 + y^2 + 2x - 3y$ et

$B = \frac{2x-1}{x+1}$ et trouver les amplitudes des encadrements

Solution :

1) $x \in [1; 3]$ ssi $1 \leq x \leq 3$ et $y \in [2; 4]$ ssi $2 \leq y \leq 4$

On a $1 \leq x \leq 3$ donc $1^2 \leq x^2 \leq 3^2$ donc $1 \leq x^2 \leq 9$

On a $2 \leq y \leq 4$ donc $2^2 \leq y^2 \leq 4^2$ donc $4 \leq y^2 \leq 16$

On a $1 \leq x \leq 3$ donc $2 \times 1 \leq 2x \leq 2 \times 3$ donc $2 \leq 2x \leq 6$

On a $2 \leq y \leq 4$ donc $3 \times 2 \leq 3 \times y \leq 3 \times 4$ donc

$6 \leq 3y \leq 12$

On a $1 \leq x \leq 3$ donc $-3 \leq -x \leq -1$

On a $2 \leq y \leq 4$ donc $-4 \leq -y \leq -2$

On a $1 \leq x \leq 3$ donc $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{x} \leq 1$

On a $2 \leq y \leq 4$ donc $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{y} \leq \frac{1}{2}$

On a $\frac{x}{y} = x \times \frac{1}{y}$ donc $1 \times \frac{1}{4} \leq x \times \frac{1}{y} \leq 3 \times \frac{1}{2}$ donc $\frac{1}{4} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{3}{2}$

2) encadrement de $A = x^2 + y^2 + 2x - 3y$

$6 \leq 3y \leq 12$ donc $-12 \leq -3y \leq -6$

On fait la somme membre a membre on trouve :

$1 + 4 + 2 - 12 \leq x^2 + y^2 + 2x - 3y \leq 9 + 16 + 6 - 6$

Donc ① $-5 \leq A \leq 25$ ① est un encadrement du réel A

à $25 - (-5) = 30$ près

encadrement de $B = \frac{2x-1}{x+1}$

On a $B = \frac{2x-1}{x+1} = (2x-1) \times \frac{1}{x+1}$

et on a $1 \leq x \leq 3$ donc $2 \leq 2x \leq 6$ donc

$2 - 1 \leq 2x - 1 \leq 6 - 1$ donc $1 \leq 2x - 1 \leq 5$ ③

et on a $1 \leq x \leq 3$ donc $2 \leq x + 1 \leq 4$ donc $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{2}$ ④

On fait la produit membre a membre de ③ et ④ on trouve :

$1 \times \frac{1}{4} \leq (2x-1) \times \frac{1}{x+1} \leq 5 \times \frac{1}{2}$

donc $\frac{1}{4} \leq B \leq \frac{5}{2}$ est un encadrement du réel B

d'amplitudes $r = \frac{5}{2} - \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$

Exercice22 : 1) Vérifier que $14^2 < 200 < 15^2$ et en déduire que ; $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$

2) Trouver un encadrement de : $\sqrt{5}$

3) en déduire un encadrement de : $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ et $\sqrt{10}$

Solution : 1) on a $14^2 = 196$ et $15^2 = 225$ donc

$14^2 < 200 < 15^2$ donc $\sqrt{14^2} < \sqrt{200} < \sqrt{15^2}$

donc $\sqrt{14^2} < \sqrt{2 \times 100} < \sqrt{15^2}$ donc $14 < \sqrt{2} \times 10 < 15$

donc $14 \times \frac{1}{10} < \sqrt{2} \times 10 \times \frac{1}{10} < 15 \times \frac{1}{10}$

donc $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$

2) on a $22^2 = 484$ et $23^2 = 529$ donc $22^2 < 500 < 23^2$

donc $\sqrt{22^2} < \sqrt{500} < \sqrt{23^2}$

donc $22 < \sqrt{5} \times 10 < 23$ donc

$22 \times \frac{1}{10} < \sqrt{5} \times 10 \times \frac{1}{10} < 23 \times \frac{1}{10}$ donc $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$

3)) on a $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ et $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$ donc

$1,4 + 2,2 < \sqrt{2} + \sqrt{5} < 1,5 + 2,3$

donc $3,6 < \sqrt{2} + \sqrt{5} < 3,8$

on a $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ et $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$ donc

$1,4 \times 2,2 < \sqrt{2} \times \sqrt{5} < 1,5 \times 2,3$ donc $3,08 < \sqrt{10} < 3,45$

Exercice23 : $x \in [-3; 1]$ et $y \in [-6; -2]$

Trouver un encadrement de : 1) $x + y$ 2) $x - y$ 3) x^2

4) y^2 5) $x \times y$ 6) $\frac{x}{y}$

Solution : 1) $x \in [-3; 1]$ ssi $-3 \leq x \leq 1$

$y \in [-6; -2]$ ssi $-6 \leq y \leq -2$

donc $(-3) + (-6) \leq x + y \leq 1 + (-2)$

donc $-9 \leq x + y \leq -1$

2) On a $x - y = x + (-y)$ et on a $-6 \leq y \leq -2$

donc $2 \leq -y \leq 6$

donc $(-3) + 2 \leq x + (-y) \leq 1 + 6$

donc $-1 \leq x - y \leq 7$

3) On a $-3 \leq x \leq 1$ donc $0 \leq x \leq 1$ ou $-3 \leq x \leq 0$

donc $0^2 \leq x^2 \leq 1^2$ ou $0^2 \leq x^2 \leq (-3)^2$

donc $0 \leq x^2 \leq 1$ ou $0 \leq x^2 \leq 9$

donc $0 \leq x^2 \leq 9$

4) On a $-6 \leq y \leq -2$ donc $(-2)^2 \leq y^2 \leq (-6)^2$

donc $4 \leq y^2 \leq 36$

5) encadrement de : $x \times y$

$-3 \leq x \leq 1$ et $-6 \leq y \leq -2$

Si $0 \leq x \leq 1$

on a $-6 \leq y \leq -2$ alors on a $2 \leq -y \leq 6$

donc $0 \leq -xy \leq 6$ donc ① $-6 \leq xy \leq 0$

Si $-3 \leq x \leq 0$ alors $0 \leq -x \leq 3$ et on a $2 \leq -y \leq 6$

donc ② $0 \leq xy \leq 18$

D'après ① et ② on déduit que : $-6 \leq xy \leq 18$

6) encadrement de : $\frac{x}{y}$ $-3 \leq x \leq 1$ On a

$-6 \leq y \leq -2$ donc $-\frac{1}{2} \leq \frac{1}{y} \leq -\frac{1}{6}$

donc $\frac{1}{6} \leq -\frac{1}{y} \leq \frac{1}{2}$

Si $0 \leq x \leq 1$

on a $\frac{1}{6} \leq -\frac{1}{y} \leq \frac{1}{2}$ alors $0 \leq x \times \left(-\frac{1}{y}\right) \leq \frac{1}{2}$ donc

$0 \leq -\frac{x}{y} \leq \frac{1}{2}$ donc ③ $-\frac{1}{2} \leq \frac{x}{y} \leq 0$

Si $-3 \leq x \leq 0$ alors $0 \leq -x \leq 3$ et on a $\frac{1}{6} \leq -\frac{1}{y} \leq \frac{1}{2}$

donc ④ $0 \leq \frac{x}{y} \leq \frac{3}{2}$

D'après ③ et ④ on déduit que : $-\frac{1}{2} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{3}{2}$

Exercice24 : sachant que : $1,38 < \sqrt{2} < 1,42$

montrer que : $|\sqrt{2} - 1,40| < 0,02$

Que peut-on déduire ?

Solution : on a donc $1,40 - 0,02 < \sqrt{2} < 1,40 + 0,02$

$-0,02 < \sqrt{2} - 1,40 < 0,02$ donc $|\sqrt{2} - 1,40| < 0,02$

donc $1,40$ est une valeur approchée du nombre $\sqrt{2}$ à $0,02$ près

on a $1,40 \leq \sqrt{2} < 1,40 + 0,02$ donc $1,40$ est une valeur approchée par défaut du nombre $\sqrt{2}$ à $0,02$ près

on a $1,42 - 0,02 < \sqrt{2} < 1,42$ donc $1,42$ est une valeur

approchée par excès du nombre $\sqrt{2}$ à $0,02$ près

Exercice25 : sachant que : $2,645 \leq \sqrt{7} \leq 2,646$

a) Que représente $2,645$ pour $\sqrt{7}$?

a) Que représente $2,646$ pour $\sqrt{7}$?

Solution :

a) $2,645$ est une valeur approchée du réel $\sqrt{7}$ par défaut à 10^{-3} près

b) $2,646$ est une valeur approchée du réel $\sqrt{7}$ par excès à 10^{-3} près

Exercice26 : soit $x \in \mathbb{R}^+$

Comparer $2\sqrt{x} - 1$ et x

Solution :

$x - (2\sqrt{x} - 1) = x - 2\sqrt{x} + 1 = (\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x} \times 1 + 1^2 = (\sqrt{x} - 1)^2 \geq 0$

Donc : $x \geq (2\sqrt{x} - 1)$ si $x \in \mathbb{R}^+$

Exercice27 : soit $n \in \mathbb{N}$

On pose : $a = \sqrt{4n^2 + 1}$ et $b = 2n + 1$

Comparer a et b

Solution : on a : $a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}^+$

$a^2 = (\sqrt{4n^2 + 1})^2 = 4n^2 + 1$ et $b^2 = (2n + 1)^2 = 4n^2 + 4n + 1$

$b^2 - a^2 = 4n^2 + 4n + 1 - (4n^2 + 1) = 4n^2 + 4n + 1 - 4n^2 - 1$

$b^2 - a^2 = 4n \geq 0$ donc $b^2 \geq a^2$

Donc : $b \geq a$ si $n \in \mathbb{N}$

Exercice28 : soient x et y deux réels tels que :

$x < y < 3$

1) Montrer que : $x + y - 6 < 0$

2) Comparer $a = x^2 - 6x + 1$ et $b = y^2 - 6y + 1$

Solution :1) on a $x < y < 3$ donc $x < 3$ et $y < 3$

Donc : $x + y < 6$ donc $x + y - 6 < 0$

2) $a - b = (x^2 - 6x + 1) - (y^2 - 6y + 1)$

$a - b = x^2 - 6x + 1 - y^2 + 6y - 1 = x^2 - y^2 - 6x + 6y$

$a - b = (x - y)(x + y) - 6(x - y) = (x - y)(x + y - 6)$

On a : $x < y$ donc $x - y \in \mathbb{R}^-$

Et on a : $x + y - 6 \in \mathbb{R}^-$

Donc : $(x - y)(x + y - 6) \in \mathbb{R}^+$

Donc : $a - b \in \mathbb{R}^+$ et par suite $a \geq b$

Exercice29 : on pose $B = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$

1) donner le signe de : B

2) Calculer B^2

3) donner une écriture simplifiée de B

Solution : $B = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$

1) on Remarque que : $6 - 2\sqrt{5} < 6 + 2\sqrt{5}$

Donc : $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} < \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$

Donc : $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} \in \mathbb{R}^* \text{ cad } B < 0$

$$2) B^2 = (\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 + 2\sqrt{5}})^2$$

$$\text{Donc : } B^2 = (\sqrt{6 - 2\sqrt{5}})^2 - 2\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} + (\sqrt{6 + 2\sqrt{5}})^2$$

$$\text{Donc : } B^2 = 6 - 2\sqrt{5} - 2\sqrt{(6 - 2\sqrt{5})(6 + 2\sqrt{5})} + 6 + 2\sqrt{5}$$

$$B^2 = 12 - 2\sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = 12 - 2\sqrt{6^2 - 20} = 12 - 2\sqrt{16}$$

$$\text{Donc : } B^2 = 12 - 2 \times 4 = 4$$

$$3) B^2 = 4 \text{ ssi } B = \sqrt{4} \text{ ou } B = -\sqrt{4}$$

$$\text{Donc : } B = 2 \text{ ou } B = -2 \text{ or } B < 0 \text{ donc : } B = -2$$

Exercice30: on pose : $a = \frac{1 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$ et $b = \frac{4 + \sqrt{2}}{7}$

1) montrer que : $b - a = \frac{8 - 5\sqrt{2}}{14}$

2) comparer a et b

Solution :

$$1) b - a = \frac{4 + \sqrt{2}}{7} - \frac{1 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{4 + \sqrt{2}}{7} - \frac{(1 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})}{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})}$$

$$b - a = \frac{4 + \sqrt{2}}{7} - \frac{2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 2}{4 - 2} = \frac{4 + \sqrt{2}}{7} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{8 + 2\sqrt{2} - 7\sqrt{2}}{14}$$

$$b - a = \frac{8 - 5\sqrt{2}}{14}$$

2) on a : $b - a = \frac{8 - 5\sqrt{2}}{14}$

Or on a : $8 > 5\sqrt{2}$ car $(8)^2 = 64$ et $(5\sqrt{2})^2 = 50$

Donc : $8 - 5\sqrt{2} \in \mathbb{R}^{**}$ donc : $\frac{8 - 5\sqrt{2}}{14} \in \mathbb{R}^{**}$

Par suite : $b > a$

Exercice31 : a un nombre réel

Comparer : $4a - 1$ et $4a^2$

Solution : on a $4a^2 - (4a - 1) = 4a^2 - 4a + 1 = (2a - 1)^2 \geq 0$

Donc : $4a^2 \geq 4a - 1$

Exercice32:

soit x un élément de l'intervalle $]-1, +\infty[$

comparer : 12 et $-5x + 1$ on utilisant les propriétés de l'ordre

Solution : on a $x \in]-1, +\infty[$ donc : $x > -1$

Donc : $-5x < -5 \times (-1)$ donc : $-5x < 5$

Donc : ① $-5x + 1 < 6$ et on sait que : $6 < 12$ ②

Donc : de ① et ② en déduit que : $-5x + 1 < 12$

Exercice33:1) montrer que : $\sqrt{\frac{6 + \sqrt{31}}{2}} + \sqrt{\frac{6 - \sqrt{31}}{2}} = \sqrt{6 + \sqrt{5}}$

2) montrer que : $\sqrt{9 - \sqrt{79}} + \sqrt{9 + \sqrt{79}} = \sqrt{18 + \sqrt{8}}$

Solution : 1) on pose : $B = \sqrt{\frac{6 + \sqrt{31}}{2}} + \sqrt{\frac{6 - \sqrt{31}}{2}}$

On va Calculer : B^2 ;

$$B^2 = \left(\sqrt{\frac{6 + \sqrt{31}}{2}}\right)^2 + 2\sqrt{\frac{6 + \sqrt{31}}{2}}\sqrt{\frac{6 - \sqrt{31}}{2}} + \left(\sqrt{\frac{6 - \sqrt{31}}{2}}\right)^2$$

$$B^2 = \frac{6 + \sqrt{31}}{2} + 2\sqrt{\left(\frac{6 + \sqrt{31}}{2}\right)\left(\frac{6 - \sqrt{31}}{2}\right)} + \frac{6 - \sqrt{31}}{2}$$

$$B^2 = 6 + 2\sqrt{\frac{36 - 1}{4}} = 6 + 2\sqrt{\frac{5}{4}} = 6 + \sqrt{5}$$

Donc : $B^2 = 6 + \sqrt{5}$ donc : $B = \sqrt{6 + \sqrt{5}}$ ou $B = -\sqrt{6 + \sqrt{5}}$

Or $B > 0$ donc : $B = \sqrt{6 + \sqrt{5}}$

D'où : $\sqrt{\frac{6 + \sqrt{31}}{2}} + \sqrt{\frac{6 - \sqrt{31}}{2}} = \sqrt{6 + \sqrt{5}}$

2) $\sqrt{9 - \sqrt{79}} + \sqrt{9 + \sqrt{79}} = \sqrt{18 + \sqrt{8}}$??

On pose : $B = \sqrt{9 - \sqrt{79}} + \sqrt{9 + \sqrt{79}}$ calculons B^2 ?

$$B^2 = (\sqrt{9 - \sqrt{79}})^2 + 2\sqrt{9 - \sqrt{79}}\sqrt{9 + \sqrt{79}} + (\sqrt{9 + \sqrt{79}})^2$$

$$B^2 = 9 - \sqrt{79} + 2\sqrt{(9 - \sqrt{79})(9 + \sqrt{79})} + 9 + \sqrt{79}$$

$$B^2 = 18 + 2\sqrt{81 - 79} = 18 + \sqrt{8}$$

Donc : $B^2 = 18 + \sqrt{8}$ donc : $B = \sqrt{18 + \sqrt{8}}$ ou $B = -\sqrt{18 + \sqrt{8}}$

Or $B > 0$ donc : $B = \sqrt{18 + \sqrt{8}}$

Par suite : $\sqrt{9 - \sqrt{79}} + \sqrt{9 + \sqrt{79}} = \sqrt{18 + \sqrt{8}}$

Exercice34: soit $a \geq 1$ on pose : $A = \sqrt{1 + \frac{1}{a}}$

1) montrer que : $a(A + 1)(A - 1) = 1$

2) a) montrer que : $2 \leq A + 1 \leq 3$

b) en déduire que : $1 + \frac{1}{3a} \leq A \leq 1 + \frac{1}{2a}$

3) montrer que : 1,1 est une valeur approchée de

$\sqrt{1,2}$ a $\frac{1}{30}$ près

Solution : 1) $a \geq 1$ et $A = \sqrt{1 + \frac{1}{a}}$

montrons que : $a(A + 1)(A - 1) = 1$?

on a : $(A + 1)(A - 1) = A^2 - 1 = \left(\sqrt{1 + \frac{1}{a}}\right)^2 - 1$

$$(A + 1)(A - 1) = 1 + \frac{1}{a} - 1 = \frac{1}{a} \text{ donc : } (A + 1)(A - 1) = \frac{1}{a}$$

Donc : $a(A + 1)(A - 1) = 1$

2) montrons que : $2 \leq A + 1 \leq 3$?

on a : $a \geq 1 > 0$ donc : $\frac{1}{a} \geq 0$ donc : $\frac{1}{a} + 1 \geq 1$

donc : $A \geq 1$ donc : $A + 1 \geq 2$ (1)

on a : $a \geq 1$ donc : $\frac{1}{a} \leq 1$ donc : $1 + \frac{1}{a} \leq 2$

$$\text{donc : } A \leq \sqrt{2} \quad \text{donc : } A+1 \leq \sqrt{2}+1 \leq 3 \quad (2)$$

de (1) et (2) en déduit que : $2 \leq A+1 \leq 3$

$$\text{et on a : } a(A+1)(A-1)=1 \quad \text{donc : } A-1 = \frac{1}{a(A+1)}$$

$$\text{d'autre part on a : } \frac{1}{3} \leq \frac{1}{A+1} \leq \frac{1}{2} \quad \text{donc : } \frac{1}{3a} \leq \frac{1}{a(A+1)} \leq \frac{1}{2a}$$

$$\text{donc : } \frac{1}{3a} \leq A-1 \leq \frac{1}{2a} \quad \text{donc : } \frac{1}{3a}+1 \leq A \leq \frac{1}{2a}+1$$

$$3) \text{ on a } 1,2 = 1+0,2 = 1+\frac{1}{5} \quad \text{donc } A = \sqrt{1,2} = \sqrt{1+\frac{1}{5}}$$

Donc : $a = 5$

$$\frac{1}{15}+1 \leq \sqrt{1,2} \leq \frac{1}{10}+1 \text{ ssi } \frac{16}{15} \leq \sqrt{1,2} \leq \frac{11}{10}$$

$$\text{Ssi } \frac{32}{30} \leq \sqrt{1,2} \leq \frac{33}{30} \quad \text{et on a } \frac{33}{30} - \frac{32}{30} = \frac{1}{30} \quad \left(\frac{33}{30} = 1,1 \right)$$

1,1 est une valeur approchée de $\sqrt{1,2}$ à $\frac{1}{30}$ près

*« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices*

Que l'on devient un mathématicien

